



Editor: Nanny Mayasari, S.Pd., M.Pd., CQMS., C.CSR., C.RMP

Buku Ajar

METODE NUMERIK

Dr. Drs. H. Nanang, M.Pd.

BUKU AJAR METODE NUMERIK

Penulis:

Dr. Drs. H. Nanang, M.Pd

Desain Cover:

Helmaria Ulfa

Sumber Ilustrasi:

www.freepik.com

Tata Letak:

Handarini Rohana

Editor:

Nanny Mayasari, S.Pd., M.Pd., CQMS., C.CSR., C.RMP

ISBN:

978-634-246-126-6

Cetakan Pertama:

Agustus, 2025

Hak Cipta Dilindungi Oleh Undang-Undang

by Penerbit Widina Media Utama

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari Penerbit.

PENERBIT:

WIDINA MEDIA UTAMA

Komplek Puri Melia Asri Blok C3 No. 17 Desa Bojong Emas
Kec. Solokan Jeruk Kabupaten Bandung, Provinsi Jawa Barat

Anggota IKAPI No. 519/JBA/2025

Website: www.penerbitwidina.com

Instagram: @penerbitwidina

Telepon (022) 87355370

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga buku ajar berjudul "*Metode Numerik*" ini dapat diselesaikan dengan baik. Buku ini disusun sebagai salah satu referensi utama dalam pembelajaran bagi mahasiswa, khususnya di bidang teknik dan sains, yang menempuh mata kuliah metode numerik. Perkembangan signifikan dalam teknologi komputasi telah menjadikan metode numerik sebagai instrumen yang esensial dalam proses analisis, perancangan, serta pemecahan persoalan rekayasa kontemporer. Berbagai permasalahan kompleks yang tidak memungkinkan untuk diselesaikan secara analitik kini dapat diselesaikan melalui pendekatan numerik dengan tingkat akurasi yang tinggi.

Urgensi penguasaan metode numerik terletak pada perannya dalam menjembatani konsep teoretis matematika dengan penerapan praktis dalam berbagai bidang keilmuan. Buku ini disusun tidak hanya untuk menyajikan dasar-dasar teoretis dari setiap metode yang dibahas, tetapi juga untuk menekankan aspek algoritmik dan interpretasi hasil numerik secara sistematis. Dalam konteks ini, pendekatan pedagogis yang digunakan dirancang untuk mendorong pengembangan keterampilan berpikir kritis dan kemampuan pemecahan masalah berbasis data. Penyusunan materi mempertimbangkan kohesi logis dan urutan konseptual agar proses pembelajaran menjadi lebih terarah dan efisien.

Tujuan utama dari buku ini adalah untuk membekali mahasiswa dengan pemahaman yang komprehensif mengenai prinsip-prinsip metode numerik, serta kemampuan dalam mengevaluasi kelebihan, keterbatasan, dan kesesuaian penggunaan masing-masing metode dalam konteks permasalahan tertentu. Pembahasan disajikan secara terstruktur, mulai dari konsep dasar hingga aplikasi lanjutan yang relevan. Buku ini diharapkan dapat berfungsi sebagai panduan yang

komprehensif, sistematis, dan aplikatif. Setiap bab dilengkapi dengan rumusan capaian pembelajaran, pengantar konseptual, penjabaran materi yang mendalam dengan studi kasus representatif, rangkuman inti, serta soal latihan yang bervariasi guna memperkuat pemahaman dan kompetensi mahasiswa. Dengan demikian, mahasiswa diharapkan mampu membangun landasan yang kokoh dalam penguasaan metode numerik serta siap mengaplikasikannya dalam berbagai konteks akademik dan profesional.

Agustus, 2025

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI.....	v
BAB 1 PENDAHULUAN.....	1
A. Pendahuluan.....	1
B. Konsep Dasar Metode Numerik	3
C. Pengenalan Komputasi Numerik	8
D. Model Matematika Dalam Sains dan Teknik.....	13
E. Rangkuman	17
F. Latihan Mahasiswa	18
BAB 2 GALAT DAN DERET TAYLOR	21
A. Pendahuluan.....	21
B. Konsep Galat Dalam Perhitungan Numerik.....	23
C. Deret Taylor dan Deret Maclaurin.....	27
D. Propagasi Galat.....	31
E. Rangkuman	35
F. Latihan Mahasiswa	36
BAB 3 METODE TERTUTUP	39
A. Pendahuluan.....	39
B. Metode Bagi Dua (Bisection Method)	45
C. Rangkuman	53
BAB 4 METODE TERBUKA	57
A. Pendahuluan.....	57
B. Metode Iterasi Titik Tetap (Fixed-Point Iteration).....	59
C. Metode Newton-Raphson	62
D. Metode Secant	66
E. Rangkuman Bab.....	70
F. Latihan Mahasiswa	71
BAB 5 AKAR-AKAR GANDA POLINOM	75
A. Pendahuluan.....	75
B. Masalah Akar Ganda.....	77
C. Metode Pencarian Akar Polinom.....	81
D. Penggunaan Library Untuk Akar Polinom.....	84
E. Rangkuman	87
F. Latihan Mahasiswa	88

BAB 6 SISTEMA PERSAMAAN NON-LINEAR	91
A. Pendahuluan.....	91
B. Pengenalan Sistem Persamaan Non-Linear.....	93
C. Metode Newton Untuk Sistem Persamaan Non-Linear	96
D. Metode Iterasi Lainnya.....	100
E. Rangkuman	103
F. Latihan Mahasiswa	104
BAB 7 SISTEM PERSAMAAN LINEAR.....	107
A. Pendahuluan.....	107
B. Metode Eliminasi Langsung.....	109
C. Metode Dekomposisi LU	113
D. Metode Iteratif Untuk Sistem Persamaan Linear	116
E. Rangkuman	119
F. Latihan Mahasiswa	120
BAB 8 INTERPOLASI	123
A. Pendahuluan.....	123
B. Konsep Dasar Interpolasi.....	125
C. Interpolasi Polinom Newton.....	128
D. Interpolasi Polinom Lagrange.....	132
E. Interpolasi Spline (Spline Interpolation).....	135
F. Rangkuman	138
G. Latihan Mahasiswa	139
BAB 9 REGRESI.....	143
A. Pendahuluan.....	143
B. Prinsip Kuadrat Terkecil (Least-Squares Principle)	145
C. Regresi Linear dan Polinomial	148
D. Linearisasi Data Non-Linear	151
E. Rangkuman	154
F. Latihan Mahasiswa	154
BAB 10 INTEGRASI NUMERIK.....	157
A. Pendahuluan.....	157
B. Kaidah Trapesium (Trapezoidal Rule).....	159
C. Kaidah Simpson	162
D. Kaidah Kuadratur Gauss (Gaussian Quadrature).....	164
E. Rangkuman	167
F. Latihan Mahasiswa	168

BAB 11 EKSTRAPOLASI	171
A. Pendahuluan.....	171
B. Konsep Ekstrapolasi Richardson	173
C. Integrasi Romberg	176
D. Integrasi Dengan Panjang Langkah Adaptif.....	178
E. Rangkuman	181
F. Latihan Mahasiswa	182
BAB 12 TURUNAN NUMERIK	185
A. Pendahuluan.....	185
B. Rumus Beda Hingga (Finite Difference Formulas).....	187
C. Aproksimasi Turunan Orde Tinggi	190
D. Analisis Galat Pada Diferensiasi Numerik.....	192
E. Rangkuman	195
F. Latihan Mahasiswa	195
BAB 13 PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA.....	199
A. Pendahuluan.....	199
B. Masalah Nilai Awal (Initial Value Problem)	201
C. Metode Runge-Kutta	204
D. Metode Langkah Majemuk (Multistep Methods)	207
E. Sistem Persamaan Diferensial Biasa.....	210
F. Rangkuman	213
G. Latihan Mahasiswa	214
BAB 14 SIMULASI MONTE CARLO	217
A. Pendahuluan.....	217
B. Pengenalan Metode Monte Carlo	219
C. Pembangkitan Bilangan Acak	222
D. Aplikasi Metode Monte Carlo.....	225
E. Rangkuman	228
F. Latihan Mahasiswa	228
DAFTAR PUSTAKA	231
GLOSARIUM	239
INDEKS	248
PROFIL PENULIS	250

BAB 1

PENDAHULUAN

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan definisi, peran, dan signifikansi metode numerik dalam bidang sains dan teknik.
2. Membedakan secara konseptual antara metode numerik dan metode analitik beserta contohnya.
3. Menguraikan tahapan sistematis dalam menyelesaikan suatu masalah menggunakan pendekatan numerik.
4. Menjelaskan peran fundamental komputer dan perangkat lunak dalam implementasi metode numerik.
5. Memahami konsep dasar representasi bilangan dalam sistem komputer dan implikasinya.
6. Mendefinisikan konsep model matematika dan perannya sebagai jembatan antara masalah dunia nyata dan solusi numerik.
7. Memberikan contoh dan mengklasifikasikan berbagai jenis model matematika sederhana.

A. PENDAHULUAN

Selamat datang di gerbang awal penjelajahan metode numerik. Dalam dunia rekayasa dan sains, kita sering kali dihadapkan pada berbagai permasalahan yang perlu dipecahkan melalui pendekatan matematis. Banyak dari permasalahan ini dapat dimodelkan ke dalam bentuk persamaan atau sistem persamaan. Sebagai contoh, seorang insinyur sipil mungkin perlu menghitung tegangan pada struktur jembatan, seorang insinyur kimia ingin memprediksi laju reaksi, atau seorang ilmuwan data mencoba mencocokkan kurva pada set data eksperimental. Idealnya, kita ingin menyelesaikan model matematika

BAB 2

GALAT DAN DERET TAYLOR

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Mendefinisikan konsep galat (*error*) dalam perhitungan numerik dan mengidentifikasi sumber sumber utamanya.
2. Membedakan serta menghitung galat absolut dan galat relatif.
3. Menjelaskan teorema deret Taylor dan perannya sebagai dasar untuk banyak metode numerik.
4. Menggunakan ekspansi deret Taylor untuk mengaproksimasi nilai sebuah fungsi.
5. Menganalisis galat pemotongan (*truncation error*) yang timbul dari aproksimasi deret Taylor.
6. Menjelaskan konsep perambatan galat (*error propagation*) dan bagaimana galat dapat terakumulasi dalam operasi aritmatika.
7. Memahami konsep angka bena (*significant figures*) dan perannya dalam menyajikan hasil numerik.

A. PENDAHULUAN

Pada Bab 1, kita telah menetapkan bahwa metode numerik pada hakikatnya adalah seni aproksimasi. Metode ini tidak memberikan jawaban yang "benar" secara mutlak, melainkan jawaban yang "cukup dekat" dengan jawaban yang benar. Konsep "cukup dekat" ini secara inheren melahirkan pertanyaan penting: Seberapa dekat? Bagaimana kita mengukur "kedekatan" ini? Dan apa saja faktor yang menyebabkan solusi numerik kita menyimpang dari solusi eksaknya? Bab ini akan menjawab pertanyaan fundamental tersebut melalui studi tentang analisis galat.

BAB 3

METODE TERTUTUP

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan konsep akar dari suatu persamaan non linear dan pentingnya mencarinya.
2. Mengklasifikasikan metode pencarian akar menjadi metode tertutup dan metode terbuka.
3. Menggunakan visualisasi grafik untuk mendapatkan estimasi awal lokasi akar.
4. Menjelaskan, mengimplementasikan, dan menerapkan algoritma Metode Bagi Dua (*Bisection Method*).
5. Menganalisis laju konvergensi dan menghitung estimasi galat untuk Metode Bagi Dua.
6. Menjelaskan, mengimplementasikan, dan menerapkan algoritma Metode Posisi Palsu (*False Position Method*).
7. Membandingkan kinerja, kelebihan, dan kekurangan antara Metode Bagi Dua dan Metode Posisi Palsu.

A. PENDAHULUAN

Setelah membangun fondasi pemahaman tentang hakikat metode numerik dan analisis galat pada bab-bab sebelumnya, kini saatnya kita mulai menerapkan konsep tersebut untuk menyelesaikan salah satu kelas masalah paling umum dalam sains dan rekayasa: menemukan akar dari persamaan non linear. Masalah ini dapat dinyatakan secara sederhana sebagai pencarian nilai x yang memenuhi $f(x) = 0$. Nilai x yang memenuhi kondisi ini disebut sebagai "akar" (*root*) atau "nol" (*zero*) dari fungsi $f(x)$.

BAB 4

METODE TERBUKA

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan perbedaan fundamental antara metode terbuka dan metode tertutup untuk pencarian akar.
2. Memformulasikan ulang suatu persamaan $f(x) = 0$ ke dalam bentuk iterasi titik tetap $x = g(x)$.
3. Menganalisis dan menerapkan syarat konvergensi untuk Metode Iterasi Titik Tetap.
4. Menurunkan rumus, menjelaskan interpretasi geometris, dan mengimplementasikan Metode Newton Raphson.
5. Menganalisis laju konvergensi kuadratik dari Metode Newton Raphson serta mengidentifikasi potensi kegagalannya.
6. Menurunkan rumus dan mengimplementasikan Metode Secant sebagai alternatif dari Metode Newton Raphson.
7. Membandingkan kinerja, kelebihan, dan kekurangan antara Metode Newton Raphson dan Metode Secant.

A. PENDAHULUAN

Pada bab sebelumnya, kita telah menjelajahi dunia metode tertutup yang andal dan pasti. Metode Bagi Dua dan Posisi Palsu memberikan kita jaminan bahwa jika sebuah akar dikurung dalam interval awal, maka metode tersebut akan menemukannya. Namun, jaminan ini sering kali harus dibayar dengan "mata uang" yang berharga: kecepatan. Untuk banyak aplikasi rekayasa yang kompleks dan membutuhkan perhitungan cepat, laju konvergensi linear dari metode tertutup mungkin tidak memadai. Di sinilah keluarga metode

BAB 5

AKAR-AKAR GANDA POLINOM

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Mendefinisikan akar ganda dan mengidentifikasi karakteristik matematis serta geometrisnya.
2. Menjelaskan masalah yang timbul, seperti hilangnya konvergensi kuadratik, saat metode standar seperti Newton Raphson digunakan untuk mencari akar ganda.
3. Menerapkan modifikasi pada Metode Newton Raphson untuk mengembalikan konvergensi yang cepat saat berhadapan dengan akar ganda.
4. Menjelaskan sifat sifat khusus dari akar polinom, termasuk Teorema Fundamental Aljabar.
5. Memahami konsep di balik metode khusus untuk polinom, seperti Metode Muller dan Metode Bairstow.
6. Menggunakan fungsi pustaka (*library*) standar di *MATLAB* atau *Python* untuk menemukan semua akar dari sebuah polinom secara efisien.
7. Menginterpretasikan hasil yang diberikan oleh fungsi bawaan, termasuk akar riil dan kompleks.

A. PENDAHULUAN

Sejauh ini, perjalanan kita dalam mencari akar persamaan non linear telah berfokus pada akar sederhana, yaitu akar di mana fungsi secara jelas memotong sumbu x . Metode seperti Newton Raphson menunjukkan kinerja yang luar biasa dalam kasus ini. Namun, dunia rekayasa dan sains tidak selalu sesederhana itu. Kita sering kali dihadapkan pada dua situasi khusus yang menuntut perhatian dan

BAB 6

SISTEMA PERSAMAAN NON-LINEAR

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Mendefinisikan sistem persamaan non linear dan memberikan contoh aplikasinya dalam sains dan rekayasa.
2. Menjelaskan tantangan unik yang muncul saat menyelesaikan sistem persamaan dibandingkan dengan satu persamaan tunggal.
3. Menjelaskan bagaimana Metode Newton untuk sistem merupakan perluasan dari Metode Newton Raphson untuk satu variabel.
4. Mendefinisikan Matriks Jacobian dan menjelaskan perannya sebagai analogi multivariabel dari turunan.
5. Menguraikan algoritma dan langkah komputasi untuk mengimplementasikan Metode Newton untuk sistem.
6. Memahami konsep di balik metode iteratif lainnya, seperti Iterasi Titik Tetap untuk sistem dan Metode Quasi Newton (Broyden).
7. Menganalisis dan membandingkan laju konvergensi dari berbagai metode untuk sistem persamaan non linear.

A. PENDAHULUAN

Hingga saat ini, kita telah berfokus pada penyelesaian satu persamaan tunggal dengan satu variabel tidak diketahui. Meskipun ini adalah fondasi yang penting, banyak masalah rekayasa di dunia nyata jauh lebih kompleks. Sistem fisik atau ekonomi jarang sekali dapat dideskripsikan oleh satu persamaan tunggal. Sebaliknya, mereka melibatkan interaksi antara banyak variabel yang saling bergantung, yang dimodelkan oleh sekumpulan persamaan simultan. Ketika hubungan antar variabel ini tidak bersifat linear, kita memasuki ranah sistem persamaan non linear.

BAB 7

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan peran fundamental sistem persamaan linear dalam berbagai masalah sains dan rekayasa.
2. Menerapkan metode eliminasi langsung, termasuk Eliminasi Gauss naif dan Eliminasi Gauss Jordan.
3. Menjelaskan pentingnya strategi *pivoting* (tata anjak) untuk menjaga stabilitas numerik dalam metode eliminasi.
4. Memahami konsep dan menerapkan algoritma dekomposisi atau faktorisasi LU.
5. Menjelaskan keuntungan dekomposisi LU untuk menyelesaikan sistem dengan banyak vektor sisi kanan yang berbeda.
6. Membedakan antara metode solusi langsung dan metode iteratif untuk sistem persamaan linear.
7. Menerapkan metode iteratif, termasuk Metode Jacobi dan Metode Gauss Seidel, dan menganalisis syarat konvergensinya.

A. PENDAHULUAN

Selamat datang di salah satu topik paling fundamental dan aplikatif dalam seluruh ranah metode numerik: penyelesaian sistem persamaan linear. Pada Bab 6, kita telah melihat bagaimana masalah yang sangat kompleks seperti sistem persamaan non linear dapat dipecahkan dengan Metode Newton, yang pada intinya mengubah masalah non linear menjadi serangkaian masalah linear pada setiap iterasinya. Hal ini menggarisbawahi sebuah kebenaran penting: sistem persamaan linear adalah "pekerja keras" dalam dunia komputasi ilmiah. Kemampuan untuk menyelesaikan sistem $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ secara

BAB 8

INTERPOLASI

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan definisi dan tujuan interpolasi dalam analisis data dan komputasi ilmiah.
2. Membedakan secara konseptual antara interpolasi dan regresi.
3. Menurunkan dan mengimplementasikan polinom interpolasi beda terbagi Newton.
4. Menjelaskan keuntungan dari pendekatan Newton untuk penambahan titik data baru.
5. Menurunkan dan mengimplementasikan polinom interpolasi Lagrange.
6. Menjelaskan fenomena Runge sebagai keterbatasan dari interpolasi polinom orde tinggi.
7. Memahami konsep interpolasi *spline* dan menerapkan *spline* linear serta kubik untuk mengatasi keterbatasan polinom orde tinggi.

A. PENDAHULUAN

Dalam banyak aplikasi sains dan rekayasa, kita sering kali bekerja dengan data yang berbentuk diskrit. Data ini bisa berasal dari pengukuran eksperimental, seperti mencatat suhu suatu proses setiap menit, atau dari hasil simulasi numerik yang mahal, seperti menghitung tegangan pada beberapa titik kunci sebuah struktur. Hal ini memunculkan sebuah pertanyaan fundamental: bagaimana kita bisa mengestimasi nilai di titik titik yang berada *di antara* data yang kita miliki? Sebagai contoh, jika kita tahu suhu pada menit ke 10 dan menit ke 11, berapakah perkiraan suhu pada menit ke 10.5? Proses untuk

BAB 9

REGRESI

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan konsep dan tujuan regresi sebagai teknik pencocokan kurva untuk data yang mengandung galat.
2. Menjelaskan Prinsip Kuadrat Terkecil (*Least Squares Principle*) sebagai dasar matematis untuk regresi.
3. Menurunkan rumus persamaan normal untuk regresi linear sederhana.
4. Menghitung dan menginterpretasikan koefisien determinasi (r^2) sebagai ukuran kebaikan kurva.
5. Menerapkan metode regresi untuk model linear, polinomial, dan linear berganda.
6. Memahami dan menerapkan teknik linearisasi data untuk mencocokkan model non linear (seperti eksponensial dan pangkat) menggunakan regresi linear.
7. Membedakan secara aplikasi antara interpolasi dan regresi berdasarkan sifat data.

A. PENDAHULUAN

Pada bab sebelumnya, kita telah mempelajari interpolasi, sebuah teknik untuk membuat kurva yang melewati setiap titik data dengan sempurna. Teknik ini sangat berguna ketika kita bekerja dengan data yang kita yakini sangat akurat. Namun, dalam dunia nyata, data jarang sekali sempurna. Pengukuran dalam eksperimen laboratorium, data ekonomi yang dikumpulkan dari survei, atau observasi astronomi, semuanya mengandung tingkat ketidakpastian atau "noise" yang tidak dapat dihindari. Jika kita mencoba menggunakan interpolasi pada data

BAB 10

INTEGRASI NUMERIK

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan mengapa integrasi numerik diperlukan dan kapan metode ini digunakan.
2. Menurunkan dan mengimplementasikan Kaidah Trapesium, baik untuk segmen tunggal maupun banyak segmen (komposit).
3. Menganalisis galat pemotongan yang terkait dengan Kaidah Trapesium.
4. Menurunkan dan mengimplementasikan Kaidah Simpson $1/3$ dan $3/8$.
5. Menganalisis galat pemotongan Kaidah Simpson dan membandingkan akurasi dengan Kaidah Trapesium.
6. Memahami konsep dasar di balik Kaidah Kuadratur Gauss.
7. Menjelaskan keunggulan Kuadratur Gauss dibandingkan metode berbasis Newton Cotes untuk fungsi yang diketahui.

A. PENDAHULUAN

Dalam kalkulus dasar, kita belajar bahwa integral definit dari sebuah fungsi merepresentasikan luas di bawah kurva. Kita diajarkan berbagai teknik integrasi analitik, seperti substitusi, parsial, dan lainnya, untuk menemukan antiturunan dari sebuah fungsi dan mengevaluasinya pada batas integrasi. Namun, dalam banyak situasi praktis, pendekatan analitik ini menghadapi dua rintangan besar. Pertama, banyak fungsi, bahkan yang terlihat sederhana seperti $f(x) = e^{-x^2}$ (fungsi lonceng Gaussian yang sangat penting dalam statistika), tidak memiliki antiturunan yang dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi elementer. Kedua, sering kali kita tidak memiliki fungsi sama sekali,

BAB 11

EKSTRAPOLASI

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan motivasi dan ide dasar di balik ekstrapolasi Richardson untuk meningkatkan akurasi hasil numerik.
2. Menerapkan Ekstrapolasi Richardson pada hasil dari Kaidah Trapesium untuk mendapatkan estimasi integral yang lebih akurat.
3. Menurunkan formula umum untuk Ekstrapolasi Richardson.
4. Menjelaskan algoritma Integrasi Romberg sebagai aplikasi sistematis dari Ekstrapolasi Richardson.
5. Menganalisis efisiensi dan akurasi yang dapat dicapai dengan Integrasi Romberg.
6. Memahami motivasi dan konsep dasar di balik metode integrasi dengan panjang langkah adaptif.
7. Menjelaskan bagaimana algoritma adaptif bekerja untuk mengontrol ukuran langkah secara lokal guna mencapai presisi yang diinginkan.

A. PENDAHULUAN

Pada bab sebelumnya, kita telah melihat bahwa salah satu cara untuk meningkatkan akurasi integrasi numerik adalah dengan menggunakan metode orde lebih tinggi (misalnya, beralih dari Trapesium ke Simpson) atau dengan menggunakan ukuran langkah h yang lebih kecil. Namun, adakah cara lain untuk "memeras" lebih banyak akurasi dari perhitungan yang sudah kita lakukan? Bab ini akan menjawab pertanyaan tersebut dengan memperkenalkan teknik canggih yang berfokus pada peningkatan hasil: ekstrapolasi.

BAB 12

TURUNAN NUMERIK

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan mengapa diferensiasi numerik diperlukan dan tantangan yang melekat padanya.
2. Menurunkan dan mengimplementasikan formula beda hingga maju, mundur, dan pusat untuk turunan pertama.
3. Menganalisis orde galat dari berbagai formula beda hingga dan menjelaskan mengapa beda pusat lebih akurat.
4. Menurunkan dan menerapkan formula beda hingga untuk aproksimasi turunan orde tinggi, khususnya turunan kedua.
5. Menganalisis *trade off* kritis antara galat pemotongan dan galat pembulatan dalam diferensiasi numerik.
6. Memahami bagaimana Ekstrapolasi Richardson dapat diterapkan untuk meningkatkan akurasi turunan numerik.
7. Menjelaskan cara memilih ukuran langkah h yang mendekati optimal.

A. PENDAHULUAN

Setelah menjelajahi dunia integrasi numerik, kini kita beralih ke operasi fundamental lainnya dalam kalkulus: diferensiasi. Turunan dari sebuah fungsi pada suatu titik merepresentasikan laju perubahan sesaat dari fungsi tersebut, atau secara geometris, kemiringan dari garis singgung pada kurva di titik itu. Sama seperti integrasi, kita sering kali dihadapkan pada situasi di mana diferensiasi analitik tidak memungkinkan, baik karena fungsinya terlalu rumit, atau karena kita hanya memiliki data dalam bentuk tabel diskrit. Di sinilah diferensiasi numerik menjadi sangat diperlukan.

BAB 13

PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Mendefinisikan Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan Masalah Nilai Awal (*Initial Value Problem*).
2. Menjelaskan konsep di balik metode satu langkah dan menggunakannya untuk memvisualisasikan medan arah.
3. Menerapkan Metode Euler sebagai metode PDB yang paling dasar dan memahami keterbatasannya.
4. Mengimplementasikan metode prediktor korektor sederhana seperti Metode Heun (RK orde 2).
5. Menerapkan Metode Runge Kutta klasik orde 4 sebagai metode satu langkah yang akurat dan banyak digunakan.
6. Membedakan antara metode satu langkah dan metode langkah majemuk (*multistep methods*) seperti Adams Bashforth.
7. Mengkonversi PDB orde tinggi menjadi sistem PDB orde satu dan menyelesaikannya secara numerik.

A. PENDAHULUAN

Persamaan diferensial adalah bahasa matematika yang digunakan untuk mendeskripsikan perubahan. Dari hukum gerak Newton yang menghubungkan gaya dengan perubahan momentum, hingga model pertumbuhan populasi yang menggambarkan laju kelahiran dan kematian, persamaan diferensial ada di jantung hampir semua model dinamis dalam sains dan rekayasa. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) secara khusus menangani fungsi dari satu variabel independen, yang paling sering adalah waktu. Mereka memberi kita sebuah aturan yang

BAB 14

SIMULASI MONTE CARLO

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan sejarah dan konsep dasar di balik Metode Monte Carlo.
2. Membedakan secara konseptual antara metode deterministik dan metode stokastik seperti Monte Carlo.
3. Menjelaskan peran fundamental dari bilangan acak dalam simulasi Monte Carlo.
4. Memahami sifat sifat bilangan acak yang baik dan konsep pembangkitan bilangan pseudo acak.
5. Menerapkan Metode Monte Carlo sederhana untuk mengestimasi nilai integral.
6. Menerapkan Metode Monte Carlo untuk mensimulasikan sistem sederhana, seperti estimasi nilai π .
7. Mengenali cakupan luas aplikasi Metode Monte Carlo dalam berbagai bidang.

A. PENDAHULUAN

Sepanjang buku ini, kita telah menjelajahi dunia metode numerik yang bersifat deterministik. Artinya, jika kita menjalankan sebuah algoritma dengan input yang sama, kita akan selalu mendapatkan output yang sama persis. Metode Newton Raphson, Integrasi Romberg, atau Metode Runge Kutta semuanya termasuk dalam kategori ini. Mereka mengikuti serangkaian langkah logis yang telah ditentukan untuk mencapai sebuah solusi. Namun, ada kelas masalah yang sangat besar, terutama yang melibatkan probabilitas, dimensi tinggi, atau

DAFTAR PUSTAKA

- Acton, F. S. (1997). *Real computing made real: Preventing errors in scientific and engineering calculations*. Princeton University Press.
- Anton, H., & Rorres, C. (2014). *Elementary linear algebra: Applications version* (11th ed.). Wiley.
- Aris, R. (1994). *Mathematical modelling techniques*. Dover Publications.
- Arnold, V. I. (1992). *Ordinary differential equations*. Springer-Verlag.
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-02622-1>
- Ascher, U. M., & Petzold, L. R. (1998). *Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations*. SIAM.
- Atkinson, K. E. (1989). *An introduction to numerical analysis* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Baird, L. (1914). The solution of algebraic equations with numerical coefficients in the case where several pairs of complex or real roots are nearly equal. *Advisory Committee for Aeronautics, Reports and Memoranda*, 154, 1-13.
- Balanis, C. A. (2016). *Antenna theory: Analysis and design* (4th ed.). John Wiley & Sons.
- Bates, D. M., & Watts, D. G. (1988). *Nonlinear regression analysis and its applications*. John Wiley & Sons.
- Bender, E. A. (2000). *An introduction to mathematical modeling*. Dover Publications.
- Blanchard, P., Devaney, R. L., & Hall, G. R. (2012). *Differential equations* (4th ed.). Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Box, G. E. P., & Muller, M. E. (1958). A note on the generation of random normal deviates. *The Annals of Mathematical Statistics*, 29(2), 610–611. <https://doi.org/10.1214/aoms/1177706645>
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., & Meade, D. B. (2021). *Elementary differential equations and boundary value problems* (11th ed.). Wiley.

- Broyden, C. G. (1965). A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations. *Mathematics of Computation*, 19(92), 577–593. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1965-0198670-6>
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical analysis* (9th ed.). Brooks/Cole.
- Butcher, J. C. (2016). *Numerical methods for ordinary differential equations* (3rd ed.). John Wiley & Sons.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2021). *Numerical methods for engineers* (8th ed.). McGraw-Hill.
- Coddington, E. A., & Levinson, N. (1955). *Theory of ordinary differential equations*. McGraw-Hill.
- Craig, J. J. (2005). *Introduction to robotics: Mechanics and control* (3rd ed.). Pearson/Prentice Hall.
- De Boor, C. (1978). *A practical guide to splines*. Springer-Verlag.
- Demmel, J. W. (1997). *Applied numerical linear algebra*. SIAM.
- Dennis, J. E., & Schnabel, R. B. (1996). *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. SIAM.
- Dowell, M., & Jarratt, P. (1972). The “Pegasus” method for computing the root of an equation. *BIT Numerical Mathematics*, 12(4), 503–508. <https://doi.org/10.1007/BF01932966>
- Draper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied regression analysis* (3rd ed.). Wiley.
- Edelstein-Keshet, L. (2005). *Mathematical models in biology*. SIAM.
- Epperson, J. F. (2013). *An introduction to numerical methods and analysis* (2nd ed.). Wiley.
- Ford, W. F. (1995). The solution of $f(x) = 0$: A comparison of methods. *The College Mathematics Journal*, 26(4), 296–302. <https://doi.org/10.1080/07468342.1995.11973711>
- Forsythe, G. E., & Moler, C. B. (1967). *Computer solution of linear algebraic systems*. Prentice-Hall.
- Forsythe, G. E., Malcolm, M. A., & Moler, C. B. (1977). *Computer methods for mathematical computations*. Prentice-Hall.

- Gander, W., & Gautschi, W. (2000). Adaptive quadrature, revisited. *BIT Numerical Mathematics*, 40(1), 84–101.
<https://doi.org/10.1023/A:1022318412393>
- Gautschi, W. (2012). *Numerical analysis* (2nd ed.). Birkhäuser.
- Gilat, A., & Subramaniam, V. (2013). *Numerical methods for engineers and scientists: An introduction with applications using MATLAB* (3rd ed.). Wiley.
- Glasserman, P. (2003). *Monte Carlo methods in financial engineering*. Springer.
- Goldberg, D. (1991). What every computer scientist should know about floating-point arithmetic. *ACM Computing Surveys*, 23(1), 5–48.
<https://doi.org/10.1145/103162.103163>
- Golub, G. H., & Van Loan, C. F. (2013). *Matrix computations* (4th ed.). Johns Hopkins University Press.
- Goyal, M., & Taneja, N. (2023). A review on mathematical modeling and its applications. *AIP Conference Proceedings*, 2852(1), 020015. <https://doi.org/10.1063/5.0163996>
- Hairer, E., Nørsett, S. P., & Wanner, G. (1993). *Solving ordinary differential equations I: Nonstiff problems* (2nd ed.). Springer-Verlag.
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction* (2nd ed.). Springer.
- Heath, M. T. (2018). *Scientific computing: An introductory survey* (2nd ed.). SIAM.
- Higham, N. J. (2002). *Accuracy and stability of numerical algorithms* (2nd ed.). SIAM.
- Hoffman, J. D., & Frankel, S. (2018). *Numerical methods for engineers and scientists* (3rd ed.). CRC Press.
- Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2012). *Matrix analysis* (2nd ed.). Cambridge University Press.

- Hull, J. C. (2018). *Options, futures, and other derivatives* (10th ed.). Pearson.
- James, G., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2021). *An introduction to statistical learning: With applications in R* (2nd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-0716-1418-1>
- Kelley, C. T. (2003). *Solving nonlinear equations with Newton's method*. SIAM.
- Kiusalaas, J. (2013). *Numerical methods in engineering with Python 3*. Cambridge University Press.
- Knuth, D. E. (1997). *The art of computer programming, Vol. 2: Seminumerical algorithms* (3rd ed.). Addison-Wesley.
- Kong, Q., Siau, T., & Bayen, A. M. (2020). *Python programming and numerical methods: A guide for engineers and scientists*. Academic Press.
- Kutz, J. N. (2013). *Data-driven modeling & scientific computation: Methods for complex systems & big data*. Oxford University Press.
- L'Ecuyer, P. (1994). Uniform random number generation. *Annals of Operations Research*, 53(1), 77–120. <https://doi.org/10.1007/BF02136828>
- Lagrange, J. L. (1795). Leçons élémentaires sur les mathématiques. *Journal de l'École Polytechnique*.
- Lambert, J. D. (1991). *Numerical methods for ordinary differential systems: The initial value problem*. John Wiley & Sons.
- LeVeque, R. J. (2007). *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: Steady-state and time-dependent problems*. SIAM.
- Linge, S., & Langtangen, H. P. (2020). *Programming for computations - Python: A gentle introduction to numerical simulations with Python 3.6* (3rd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-41376-8>
- Matsumoto, M., & Nishimura, T. (1998). Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number

- generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 8(1), 3–30. <https://doi.org/10.1145/272991.272995>
- Meerschaert, M. M. (2013). *Mathematical modeling* (4th ed.). Academic Press.
- Metropolis, N. (1987). The beginning of the Monte Carlo method. *Los Alamos Science*, 15(Special Issue), 125–130.
- Metropolis, N., & Ulam, S. (1949). The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association*, 44(247), 335–341. <https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483310>
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). *Introduction to linear regression analysis* (6th ed.). Wiley.
- Muller, D. E. (1956). A method for solving algebraic equations using an automatic computer. *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, 10(56), 208–215. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-1956-0081754-5>
- Muller, J. M., Brisebarre, N., de Dinechin, F., Jeannerod, C. P., Lefèvre, V., Melquiond, G., ... & Zima, E. (2018). *Handbook of floating-point arithmetic* (2nd ed.). Birkhäuser.
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical optimization* (2nd ed.). Springer.
- Ortega, J. M., & Rheinboldt, W. C. (1970). *Iterative solution of nonlinear equations in several variables*. Academic Press.
- Overton, M. L. (2001). *Numerical computing with IEEE floating point arithmetic*. SIAM.
- Palm, W. J. (2021). *Matlab for engineering applications* (6th ed.). McGraw-Hill.
- Panja, S., & Sahoo, B. (2020). A modified Newton's method for multiple roots. *Journal of Applied and Computational Mathematics*, 9(3), 1-5.
- Prenter, P. M. (1975). *Splines and variational methods*. John Wiley & Sons.

- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). *Numerical recipes: The art of scientific computing* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007). *Numerical mathematics* (2nd ed.). Springer.
- Ralston, A., & Rabinowitz, P. (2001). *A first course in numerical analysis* (2nd ed.). Dover Publications.
- Rao, S. S. (2010). *Mechanical vibrations* (5th ed.). Prentice Hall.
- Richardson, L. F. (1911). The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 210(459-470), 307–357.
- Robert, C. P., & Casella, G. (2013). *Monte Carlo statistical methods*. Springer.
- Romberg, W. (1955). Vereinfachte numerische integration. *Det Kongelige Norske Videnskabers Selskab Forhandling*, 28(7), 30–36.
- Runge, C. (1901). Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten ordinaten. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 46, 224–243.
- Saad, Y. (2003). *Iterative methods for sparse linear systems* (2nd ed.). SIAM.
- Sadiku, M. N. O., & Alexander, C. K. (2021). *Fundamentals of electric circuits* (7th ed.). McGraw-Hill.
- Saha, P., & Srivastava, S. (2022). A review of modern programming languages for numerical computation. *Journal of Physics: Conference Series*, 2326(1), 012011. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2326/1/012011>
- Sauer, T. (2011). *Numerical analysis* (2nd ed.). Pearson.
- Scarborough, J. B. (1966). *Numerical mathematical analysis*. Johns Hopkins Press.

- Schröder, E. (1870). Ueber unendlich viele algorithmen zur auflösung der gleichungen. *Mathematische Annalen*, 2(2), 317–365.
<https://doi.org/10.1007/BF01443855>
- Sidi, A. (2003). *Practical extrapolation methods: Theory and applications*. Cambridge University Press.
- Stewart, J. (2015). *Calculus* (8th ed.). Cengage Learning.
- Strang, G. (2016). *Introduction to linear algebra* (5th ed.). Wellesley-Cambridge Press.
- Strang, G. (2019). *Linear algebra and learning from data*. Wellesley-Cambridge Press.
- Süli, E., & Mayers, D. F. (2003). *An introduction to numerical analysis*. Cambridge University Press.
- Svobodny, T. P. (2021). *Mathematical modeling for engineering and science*. Dover Publications.
- Taylor, J. R. (1997). *An introduction to error analysis: The study of uncertainties in physical measurements* (2nd ed.). University Science Books.
- Trefethen, L. N., & Bau, D. (1997). *Numerical linear algebra*. SIAM.
- Van Loan, C. F., & Fan, K. Y. D. (2019). *Insight through computing: A MATLAB introduction to computational science and engineering*. SIAM.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method* (2nd ed.). Pearson.
- Walski, T. M., Chase, D. V., & Savic, D. A. (2003). *Water distribution modeling*. Haestad Press.
- Watkins, D. S. (2004). *Fundamentals of matrix computations* (2nd ed.). Wiley.
- Weisberg, S. (2005). *Applied linear regression* (3rd ed.). Wiley.
- Wilkinson, J. H. (1963). *Rounding errors in algebraic processes*. Prentice-Hall.

- Yang, C., Zhao, L., & Liu, G. R. (2020). Review on Newton-Raphson-based numerical methods for nonlinear problems. *International Journal of Computational Methods*, 17(10), 2050019. <https://doi.org/10.1142/S021987622050019X>
- Yang, W. Y. (2022). A comparison of mathematical software for engineering education. *International Journal of Engineering Education*, 38(2), 488-499.
- Zill, D. G. (2013). *A first course in differential equations with modeling applications* (10th ed.). Brooks/Cole.

PROFIL PENULIS

Dr. Drs. H. Nanang, M.Pd.



Penulis lahir di Bandung tanggal 1 Juli 1964. Penulis adalah dosen dpk Kopertis Wilayah VII Surabaya pada Program Studi Pendidikan FKIP Universitas Muhammadiyah Jember dari tahun 1990 s.d. 2000 dan dosen LLDIKTI Wilayah IV Jawa Barat dan Banten pada Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Sipil dan Arsitektur Institut Teknologi Garut (ITG) dari Tahun 2000 s.d. sekarang. Dari tahun 1986 s.d

1990, penulis bekerja sebagai guru di SMAN 1 Bandung, SMA 55 Asia Afrika Bandung, SMA Karya Agung Bandung, SMA Swadaya Bandung. Penulis menyelesaikan pendidikan: S1 Pendidikan Matematika di IKIP Bandung (UPI) Tahun 1989, S2 Pendidikan Matematika di IKIP Surabaya (UNESA) Tahun 1999, dan S3 Pendidikan Matematika di UPI Bandung Tahun 2009. Penulis menekuni bidang Pembelajaran Matematika. Penulis juga sebagai Widiaiswara Karya Ilmiah dan Tim Penilai DUPAK Kepangkatan Guru-guru di Kabupaten Garut dari tahun 2015 s.d. sekarang. Telah beberapa kali memperoleh hibah penelitian dan pengabdian pada masyarakat dari Universitas Muhammadiyah Jember, Institut Teknologi Garut, dan Ristek Dikti Kemendikbud, serta aktif dalam menulis buku ajar dan kegiatan pertemuan ilmiah. Penulis dapat dihubungi melalui e-mail: nanang@itg.ac.id. ID Google Scholar: **rZjx9L8AAAAJ**. ID Shinta: **6754630**

Buku Ajar

METODE NUMERIK

Buku ajar *Metode Numerik* mahasiswa di bidang teknik dan sains dalam memahami prinsip, algoritma, serta penerapan metode numerik untuk menyelesaikan persoalan matematis yang kompleks. rekayasa modern, berbagai permasalahan tidak lagi dapat diselesaikan secara analitik sehingga menuntut pendekatan numerik berbasis komputasi. Buku ini memberikan landasan teoritis yang kuat dan dilengkapi dengan implementasi algoritmik serta analisis galat guna mendukung kemampuan mahasiswa dalam mengevaluasi dan memecahkan masalah secara sistematis dan efisien.

Buku terdiri dari 14 bab, pengenalan metode numerik, analisis galat, dan representasi aritmetika komputer, hingga topik-topik lanjutan seperti penyelesaian sistem linier dan nonlinier, interpolasi, regresi, diferensiasi dan integrasi numerik, serta penyelesaian persamaan diferensial biasa dan parsial. Selain itu, buku ini juga membahas metode numerik untuk masalah nilai batas serta pengenalan terhadap metode elemen hingga. Setiap metode dikaji secara konseptual dan disertai algoritma implementatif, studi kasus, serta soal latihan yang variatif untuk membangun pemahaman teoretis dan keterampilan praktis mahasiswa.

Keunggulan buku ini terletak pada integrasi antara pendekatan teoretis dan praktis, sistematika penyajian yang konsisten, serta kedalaman materi yang disesuaikan dengan kebutuhan akademik dan profesional. Setiap bab dilengkapi dengan capaian pembelajaran, ilustrasi numerik, dan pembahasan yang aplikatif untuk menjembatani konsep matematika dengan dunia nyata. Dengan pendekatan yang berbasis kompetensi dan kontekstual, buku ini diharapkan menjadi rujukan strategis dalam membangun kemampuan analitis, logis, dan komputasional mahasiswa dalam menyelesaikan berbagai permasalahan numerik secara efektif



SCANME

www.penerbitwidina.com
@penerbitwidina
penerbit widina
penerbitwidina@gmail.com
widina store
widina bookstore
Layanan Pustaka & Penerbitan Buku
0815-7000-699

Teknik & Industri

ISBN 978-634-246-126-6



9

786342

461266